

Examens de maturité 2013

Mathématiques Normales 5D, 5G

OS Économie et Droit

Version B

Problème 1

Étudier la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^3}{2(x-1)^2}$ et en faire la représentation graphique (unité 2 carreaux).

Problème 2

Soient \mathcal{V} un \mathbb{R} -espace vectoriel de base $\mathcal{B} = (e_1; e_2; e_3)$ et f un endomorphisme de \mathcal{V} défini par :

$$\begin{cases} f(e_1) = 3e_2 - e_3 \\ f(e_2) = e_1 + 2e_2 + 2e_3 \\ f(e_3) = 3e_1 + 8e_3 \end{cases}$$

- Déterminer la matrice M_f de l'endomorphisme f .
- Déterminer $\text{Ker}(f)$ et montrer que c'est une droite vectorielle dont on donnera une base.
- Déduire la dimension de $\text{Im}(f)$ et donner sa nature.
- Déterminer une base dans laquelle la matrice de f sera diagonale, puis donner cette matrice.

Mathématiques Normales 5D, 5G

OS Économie et Droit

Version B

Problème 3

Dans l'espace E_3 muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(1; -1; -1)$, $B(-1; 2; -3)$, $C(3; -2; -3)$, $D(1; -1; 2)$ et le plan $\alpha : 2x + 2y + z + 1 = 0$.

- Déterminer l'équation cartésienne du plan β contenant les points A , B et C .
- Calculer la distance du point D au plan α .
- Calculer l'angle aigu γ que forme droite (BD) et le plan α .
- Donner le centre et le rayon de la sphère S d'équation $x^2 - 2x + y^2 + 2y + z^2 - 4z - 3 = 0$.
- Montrer que le plan α coupe la sphère S et calculer le centre et le rayon du cercle d'intersection $\alpha \cap S$.

Problème 4

- On jette un dé régulier dix fois de suite. Calculer la probabilité que
 - le 6 apparaisse exactement trois fois;
 - le 6 apparaisse au moins trois fois.
- Combien de fois doit-on lancer un dé régulier pour que la probabilité que le 6 apparaisse au moins une fois soit supérieure à 99% ?
- On jette simultanément deux dés réguliers. Soit X la variable aléatoire représentant le plus grand des deux nombres que l'on obtient. Donner la loi de probabilité de X à l'aide d'un tableau et calculer son espérance puis son écart type.

