# Application des Mathématiques

## Problème 1

1) Avec le logiciel *GeoGebra*, construisez la courbe de Bézier contrôlée par les 4 points

$$A_1\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix} \qquad A_2\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix} \qquad A_3\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix} \qquad A_4\begin{pmatrix}4\\0\end{pmatrix}$$

2) Déduisez de cette construction les équations paramétriques de cette courbe.

## Problème 2

On considère l'inversion géométrique $F:(P)\to(P)$ de centre O et de rapport 1.

1) Démontrez que la fonction complexe $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ associée à $F$ est définie par $f(z)=\dfrac{1}{\overline{z}}$

2) Déterminez l'image par $F$ de la droite $(d)$ d'équation $y=x+1$

*Les 3 derniers problèmes sont à résoudre avec le logiciel* Mathematica

# Problème 3

On lance une pièce de monnaie jusqu'à ce qu'on obtienne 3 fois pile ou 3 fois face consécutivement.

## 3.1 simulation

Simulez une suite de lancements de la pièce qui se termine par 3 résultats identiques (pile ou face), puis comptez le nombre de fois que la pièce a été lancée.

## 3.2 vingt mille simulations

Effectuez 20'000 simulations et représentez-les par un histogramme.

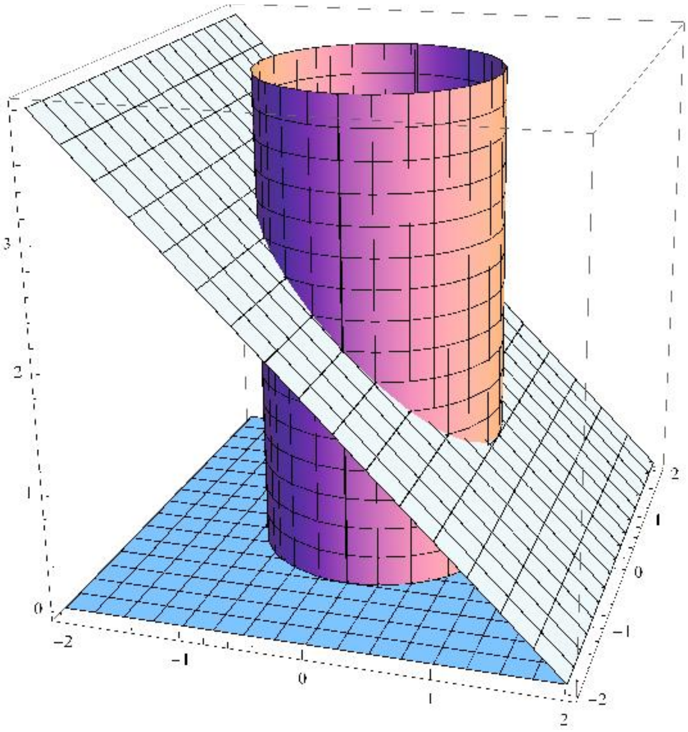
## 3.3 probabilités

Utilisez ces 20'000 simulations pour estimer la probabilité de devoir lancer la pièce plus de 10 fois.

# Problème 4

On donne le cylindre d'équation $x^2 + y^2 = 1$ et les deux plans d'équation $x + z = 2$ et $z = 0$

```
ContourPlot3D[{x^2 + y^2 == 1, x + z == 2, z == 0}, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, {z, 0, 4}]
```




## 4.1

**Dessinez le solide délimité par ces trois surfaces.**

## 4.2 Centre de gravité

### ■ a) estimation

On peut approximer le solide par des parallélépipèdes verticaux. Il est alors facile de déterminer les centres de gravité de chacun de ces parallélépipèdes (on considère que ce solide est homogène).
Le barycentre de tous ces centres de gravité est une approximation du centre de gravité du solide.
Plus il y a de parallélépipèdes, meilleure est l'approximation.

**Utilisez cette méthode pour approximer les coordonnées du centre de gravité de ce solide.**

### ■ b) calcul exact

**En utilisant le calcul intégral, déterminez les coordonnées exactes du centre de gravité de ce solide.**

# Problème 5

- **Deux fonctions très utiles...**

○ La fonction **mercator** transforme les coordonnées géographiques en coordonnées cartésiennes sur la carte de Mercator (dont les axes sont l'équateur et le méridien de Greenwich)

```
mercator[{longitude_, latitude_}] :=
```

$$\left\{\texttt{longitude Degree},\ \texttt{Log}\left[\texttt{Tan}\left[\frac{\texttt{latitude Degree}}{2}+\frac{\pi}{4}\right]\right]\right\}\ \texttt{// N}$$

○ La fonction **géoMercator** est la réciproque de la fonction **mercator** :

$$\texttt{géoMercator[\{x\_, y\_\}] :=}\left\{\frac{\texttt{x}}{\texttt{Degree}},\ \frac{\texttt{2 ArcTan[Exp[y]]}}{\texttt{Degree}}-\texttt{90}\right\}\ \texttt{// N}$$

---

## 5.1

Autrefois, un bateau qui reliait Brest (4°33'O, 48°21'N) à l'île québécoise de Saint-Pierre et Miquelon (46°36'O, 52°48'N) suivait une route à cap constant.
Déterminez ce cap ainsi que la longueur de cette route, appelée <u>loxodromie</u> (le rayon terrestre moyen est de 6371 km).

---

## 5.2

Aujourd'hui, un bateau qui voudrait relier ces deux lieux pourrait choisir la route la plus courte.
Déterminez la longueur de cette route, appelée <u>orthodromie</u>.