CANTON DU VALAIS
KANTON WALLIS

Département de l'éducation, de la culture et du sport
Service de l'enseignement
Lycée - Collège des Creusets, Sion

Departement für Erziehung, Kultur und Sport
Dienststelle für Unterrichtswesen
Kollegium Creusets, Sitten

Lycée Collège Creusets

EXAMENS DE MATURITÉ 2011

BRANCHE : MATHÉMATIQUES FORTES	DF	Version A

1. a) Résoudre l'équation différentielle linéaire $2y - x\,y' = -2x^2 \ln(x)$ et $y(1) = 0$.

b) Etudier et représenter graphiquement (unité 10 carrés) la fonction $f : x \mapsto x^2 \ln^2(x)$.

c) Calculer l'aire de la surface délimitée par le graphe de f et l'axe Ox .

2. Dans un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}\,; \vec{j}; \vec{k}\right)$, on donne deux plans $\alpha : 2x - 2y + z - 30 = 0$ et $\beta : x - 2y + 3z - 26 = 0$.

a) Donner l'équation de la sphère Σ de centre $C(3;1;-1)$ qui est tangente au plan α .

b) Donner l'équation de la sphère Σ' , symétrique de Σ par rapport au plan α .

c) Préciser l'intersection du plan β et de la sphère Σ .

d) Déterminer l'intersection d des plans α et β .

e) Déterminer la droite du plan α qui est tangente à la sphère Σ et perpendiculaire à la droite d .

3. On considère l'endomorphisme h de $\mathbf{R}^3$ dont la matrice est $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$.

a) Déterminer le noyau et l'image de l'endomorphisme h .

b) A quelle condition le triplet $(x; y; z)$ appartient-il à l'image de h ?

c) Effectuer un changement de base tel que relativement à la nouvelle base la matrice de h soit une matrice diagonale D . Ecrire la matrice D et la matrice P qui définit le changement de base.

d) En déduire A^n .

e) Donner une interprétation géométrique de l'endomorphisme h .

4. Soit la fonction complexe $s : z \mapsto (-1 + \mathrm{i})z - 5\mathrm{i}$.

a) Caractériser la transformation S du plan associée à la fonction s .

b) Soit les points $A(3\mathrm{i})$, $B(2 - \mathrm{i})$, $C(5)$ et $D(4 - 2\mathrm{i})$. Construire l'image par S de la figure F composée du triangle ABC et de BC un arc de cercle de centre D extérieur au triangle ABC .

c) Ecrire l'équation cartésienne de l'image de la droite d'équation $y = -2x + 3$.

d) Ecrire l'équation cartésienne de l'image du cercle d'équation $x^2 + y^2 - 8x + 4y + 15 = 0$.

Fin