

Examens de maturité 2009

Mathématiques renforcées **DF** **Version A**

Exercice 1

- 1.1. Etude complète de la fonction f définie par : $f(x) = \frac{1}{4}(x-3)^2 \cdot e^x$
- 1.2. Calculer $\int_{-\infty}^3 f(x) dx$

Exercice 2

Soit l'endomorphisme h de \mathbb{R}^3 où $h((x; y; z)) = (y - 2z; -x + 2z; 2x - 2y)$

- 2.1. Déterminer son noyau, son image ainsi que leur dimension.
- 2.2. Citer ensuite une raison pour laquelle h n'est pas un automorphisme.
- 2.3. Montrer que A_h n'est pas diagonalisable, A_h matrice caractéristique de h relativement à la base canonique B .
- 2.4. Montrer que les valeurs propres associées à l'endomorphisme h ou $h \circ h$ sont 0 et -9 .

Si vous n'avez pas trouvé la matrice associée à cet endomorphisme, continuer avec la matrice

$$\begin{pmatrix} -5 & 4 & 2 \\ 4 & -5 & 2 \\ 2 & 2 & -8 \end{pmatrix}.$$

- 2.5. Déterminer une base B' relativement à laquelle la matrice associée à l'endomorphisme h ou $h \circ h$ est diagonale, écrire cette matrice.

Mathématiques renforcées **DF** **Version A**

Exercice 3

On considère le plan $\alpha(A, B, C)$ contenant les points A, B et C , le plan $\beta: 2x - 3y + 5z - 1 = 0$, ainsi que la sphère $S(C_0; 3)$. $A(2; 2; -1)$, $B(1; 3; 2)$, $C(0; 4; -2)$, $C_0(1; 1; 1)$.

- 3.1. Calculer les coordonnées du point D du plan α tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
- 3.2. Calculer l'aire de sa surface.
- 3.3. Calculer en degrés la mesure de l'angle aigu entre les plans α et β .
- 3.4. Déterminer les équations paramétriques de la droite i d'intersection des plans α et β .
- 3.5. Le plan α coupe la sphère S en un cercle dont on déterminera le centre et le rayon.
- 3.6. La perpendiculaire p au plan α passant par $O(0; 0; 0)$ coupe la sphère S en $P_1(3; 3; 0)$ et P_2 .
Calculer les coordonnées de P_2 ainsi que l'équation cartésienne du plan γ tangent à S en P_1 .

Exercice 4

Le LCC compte 624 étudiantes et 576 étudiants.

- 4.1. On choisit au hasard 10 élèves. Calculer la probabilité d'avoir :
 - 4.1.1 au moins 1 garçon.
 - 4.1.2 exactement 6 filles et 4 garçons.
- 4.2. Combien faut-il choisir d'élèves du LCC si l'on veut que la probabilité d'avoir au moins un garçon parmi eux soit supérieure à 90% ?
- 4.3. Parmi tous les élèves du LCC, 60 sont doués en informatique dont 12 filles. On choisit au hasard un élève. Calculer la probabilité :
 - 4.3.1 que ce soit un garçon qui n'est pas doué en informatique.
 - 4.3.2 que ce soit une fille sachant qu'il est doué en informatique.
 - 4.3.3 qu'il soit doué en informatique sachant que ce n'est pas une fille.

Fin