

Discipline fondamentale MATHÉMATIQUES

Classe 1B

4 heures

L'usage d'une calculatrice non programmable et sans écran graphique est autorisé.

Le Formulaire et Table de la CRM est également autorisé.

Exercice 1

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 6}{x^2 - 3}$

1.1 Monter que la dérivée de la fonction f est $f'(x) = \frac{x^4 - 9x^2}{(x^2 - 3)^2}$

1.2 Étudier cette fonction et représenter son graphe dans le plan muni d'un système d'axes pourvus d'unités appropriées.

1.3 Trouver l'angle aigu entre la tangente à f au point d'abscisse $x = -1$ et l'asymptote oblique.

Exercice 2

On considère les points $A(1; 2; 0)$, $B(-2; 3; -6)$, $C(0; 5; 2)$, $D(39; 24; 14)$ et $E(17; 12; -2)$.

2.1 Trouver l'équation du plan ABC . Vérifier le résultat en contrôlant que les coordonnées des trois points A , B et C sont bien solutions de l'équation obtenue.

2.2 a) La droite DE est-elle parallèle au plan ABC ? Justifiez votre réponse par un calcul complet.

b) Si oui, calculer la distance entre la droite DE et le plan ABC .

Si non, trouver l'intersection entre la droite DE et le plan ABC .

2.3 Que vaut le volume du tétraèdre $ABCE$?

2.4 En déduire l'équation de la sphère centrée en E et tangente au plan ABC .

Tournez la page svp.

Exercice 3

Une urne A contient 7 boules bleues, 5 jaunes et 3 rouges.

Une urne B contient 10 boules bleues, 4 jaunes et 1 rouge.

Une urne C contient 4 boules bleues, 6 jaunes et 5 rouges.

- 3.1 On tire simultanément six boules de l'urne A . Calculer la probabilité d'obtenir exactement quatre boules jaunes.
 - 3.2 On choisit l'une des trois urnes au hasard et on en tire une boule. Elle est jaune. Quelle est la probabilité que cette boule provienne de l'urne C ?
 - 3.3 On tire successivement des boules de l'urne B avec remise. Combien de fois faut-il tirer au minimum pour que la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge soit plus grande que 99,9% ?
 - 3.4 On tire simultanément deux boules de l'urne A et deux boules de l'urne B . Quelle est la probabilité que les quatre boules soient de la même couleur ?
-

Exercice 4 Questions diverses

- 4.1 On considère le domaine D limité par la courbe représentative de la fonction $f(x) = 8 - \frac{1}{2}x^2$ et l'axe Ox . Calculer le volume engendré par la rotation du domaine D autour de la droite d'équation $y = 8$.
- 4.2 Trouver l'équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction $f(x) = \ln(x^2)$ si cette tangente passe par le point $A(0;2)$.
- 4.3 Une plaque de métal rectangulaire possède une longueur de 4 m et une largeur de 80 cm. On la «plie» pour en faire une gouttière en forme de parallélépipède rectangle sans «couvercle» (voir le dessin ci-dessous). Trouver la largeur x et la hauteur h de ce parallélépipède pour que son volume soit maximal.

